

Nagyon egyszerű példák fizikai kémiából

2018. október 11.

Turányi Tamás
ELTE Kémiai Intézet

1. feladat

Reggel azt mondta be a rádió, hogy „a légnyomás 748 Hgmm, lassan emelkedik”. Adja meg a reggeli légnyomást torr, Pa, bar és atm egységben!

megoldás:

1 bar = 10^5 Pa; 1 atm = 760 Hgmm = 760 torr =
101325 Pa

Ennek alapján a légnyomás 748 Hgmm =

= 748 torr

= $748/760$ atm = 0,984 atm

0,984 atm = $0,984 \times 101325$ Pa = $9,97 \cdot 10^4$ Pa

$9,97 \cdot 10^4$ Pa = $9,97 \cdot 10^4 \div 10^5$ = 0,997 bar

Megjegyzés: A rádióban 3 értékes jegy pontossággal adták meg a légnyomást Hgmm-ben. Ha más mértékegységre számítjuk át, meg kell tartani a 3 értékes jegy pontosságot.

2. feladat

Isaac Newton tömege 65,0 kg volt és a cipőinek talpa 250 cm² volt (a két cipő együtt). Mekkora nyomást fejtett ki a talajra? A Földi gravitációs állandó $g=9,81 \text{ m s}^{-2}$.

megoldás:

Newton súlya a Földön:

$$F = mg = 65 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m s}^{-2} = 638 \text{ kg m s}^{-2} = 638 \text{ N}$$

$$A = 250 \text{ cm}^2 = 2,50 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} p &= F/A = 638 / 0,0250 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2} = 2,55 \times 10^4 \text{ Pa} \\ &= 0,255 \text{ bar} \end{aligned}$$

3. feladat

Egy gázelegy összetétele 30,0 mol% He és 70,0 mol% Ne, össznyomása 800 Pa. Mennyi az egyes komponensek parciális nyomása?

megoldás:

Dalton törvénye szerint egy gázelegy nyomása a komponensek parciális nyomásainak összege. Tökéletes gázok elegyeiben igaz, hogy

$$pV = (n_1 + n_2 + \dots + n_K)RT$$

$$p = \frac{n_1RT}{V} + \frac{n_2RT}{V} + \dots + \frac{n_KRT}{V} = p_1 + p_2 + \dots + p_K$$

ahol p_1, p_2, \dots, p_K a komponensek parciális nyomásai. \Rightarrow

$$x_j = \frac{n_j}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{p_jV/RT}{pV/RT} = \frac{p_j}{p}$$

He móltörtje: $x_{\text{He}} = 30/100 = 0,30$

Ne móltörtje: $x_{\text{Ne}} = 70/100 = 0,70$

He parciális nyomása: $p_{\text{He}} = 0,30 \times 800 \text{ Pa} = 240 \text{ Pa}$

Ne parciális nyomása: $p_{\text{Ne}} = 0,70 \times 800 \text{ Pa} = 560 \text{ Pa}$

Az össznyomás a parciális nyomások összege.

4. feladat

Nitrogéngáz kompresszibilitási tényezője $Z=0,93$, ha a nyomása 100 bar és a hőmérséklete $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mekkora ilyen körülmények között a gáz moláris térfogata?

megoldás:

A kompresszibilitási tényező $Z = pV_m / RT$ megmutatja az eltérést az általános gáztörvénytől

$$\begin{aligned} p &= 100 \text{ bar} = 100 \times 10^5 \text{ Pa} = 10^7 \text{ Pa} \\ R &= 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,314 \text{ K}^{-1} \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \\ T &= (-40 + 273,15) \text{ K} = 233 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_m &= Z R T / p = \\ &= 0,93 \times 8,314 \times 233 / 10^7 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} = 1,8 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} \end{aligned}$$

Megjegyzések:

- Két értékes jegyre adjuk meg az eredményt, mert két bemenő adat is két értékes jegyre van megadva.
- A közbenső számításoknál lehet több értékes jegyet használni.
- A mennyiség jelölés dőlt betű (p , T), a mértékegység mindig álló betű (Pa, K).

5. feladat

$T = 100$ C hőmérsékleten és $p=120$ torr nyomáson a foszfor gáz sűrűsége $\rho = 0,6388$ kg m⁻³. Milyen molekulák alkotják a foszfor gázt? A foszfor relatív molekulatömege 31.

megoldás:

Ideális gázok törvénye: $pV_m = RT$

$$T = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373,15 \text{ K}$$

$$p = 120 \text{ torr} = 120 / 760 \times 101325 \text{ Pa} = 16000 \text{ Pa}$$

$$V_m = RT/p = 8,314 \times 373,15 / 16000 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} =$$

$$0,1939 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$

$$1 \text{ mol anyag térfogata} \quad V_m = 0,1939 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$

1 mol anyag tömege:

$$\rho V_m = 0,6388 \text{ kg m}^{-3} \times 0,1939 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} =$$

$$0,124 \text{ kg mol}^{-1} = 124 \text{ g mol}^{-1}$$

A foszfor gáz moláris tömege 124 g mol^{-1} ,
tehát a képlete P_4 .

6. feladat

Számítsa ki, hogy mekkora a hőmérséklete 1,50 mol, $p=100$ atm nyomású, $V= 369 \text{ cm}^3$ térfogatú nitrogéngáznak (a) az ideális gázok törvénye alapján; (b) a van der Waals-egyenlet alapján. A megfelelő van der Waals együtthatók: $a= 0,1408 \text{ m}^6 \text{ Pa mol}^{-2}$, $b= 3,913 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$

megoldás:

$$p= 100 \text{ atm} = 100 \times 101325 \text{ Pa} = 10132500 \text{ Pa}$$

$$V= 369 \text{ cm}^3 / 10^6 \text{ m}^3 = 3,69 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$(a) \text{ Ideális gázok törvénye: } pV = nRT \Rightarrow T = \frac{pV}{nR}$$

$$T= (10132500 \times 3,69 \times 10^{-4}) / (1,5 \times 8,314) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

(b)

$$\text{A van der Waals-egyenlet: } \left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

$$T = \frac{\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb)}{nR}$$

$$= (10132500 + (1,5)^2 \times 0,1408 / (3,69 \times 10^{-4})^2) \times$$

$$(3,69 \times 10^{-4} - 1,5 \times 3,913 \times 10^{-5}) / (1,5 \times 8,314) \text{ K}$$

$$= (10132500 + 2,33 \times 10^6) \times (3,69 \times 10^{-4} - 5,8695 \times 10^{-5}) / (1,5 \times 8,314) \text{ K}$$

$$= 310 \text{ K}$$

Korrigált nyomás: 100 atm helyett 123 atm

Korrigált térfogat: 369 cm^3 helyett 310 cm^3

7. feladat

Egy réztömbbel 100,000 kJ hőt és 200 J munkát közöltünk. Mennyivel változott meg a belső energiája? Mi a változás előjele?

megoldás:

$$\Delta U = w + q$$

$$dU = \delta w + \delta q$$

$$w = 200 \text{ J}$$

$$q = 100,000 \text{ kJ} = 100000 \text{ J}$$

$$\Delta U = w + q = 200 \text{ J} + 100000 \text{ J} = 100200 \text{ J}$$

A rendszer (a réztömb) belső energiája növekedett, a változás pozitív.

8. feladat

10,0 cm³ térfogatú szappanbuborékot fújunk. Legalább mennyi munkát kell ehhez befektetnünk, ha a légnyomás 1,00 atm?

megoldás:

A térfogatváltozás: $\Delta V = 10 \text{ cm}^3 = 1,00 \times 10^{-5} \text{ m}^3$

A (külső) légnyomás $p_{\text{ex}} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$

Az elemi térfogati munka: $\delta w = -p_{\text{ex}} dV$

Állandó külső nyomáson, véges térfogatváltozásra:

$$w = -p_{\text{ex}} \Delta V$$

$$w = -101325 \text{ Pa} \times 1,00 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = -1,01 \text{ J}$$

9. feladat

Egy hengerben 1,00 atm nyomású, 5,00 dm³ térfogatú, 20 °C hőmérsékletű héliumgáz van.

- (a) Ez hány mól He ?
- (b) Zárt rendszerben, izoterm körülmények között a térfogatot felére csökkentjük. Ehhez mennyi munkát kell végezni?

megoldás:

(a)

$$p = 1,00 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V = 5,00 \text{ dm}^3 = 5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = 20 \text{ °C} = (273,15 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}$$

$$pV = nRT \quad n = \frac{pV}{RT} =$$

$$= (101325 \times 5,00 \times 10^{-3}) / (8,314 \times 293) \text{ mol} = 0,21 \text{ mol}$$

(b)

Az elemi térfogati munka: $\delta w = -p_{\text{ex}} dV$

A térfogati munka: $w = - \int_{V_i}^{V_2} p dV$

Tökéletes gáz és izoterm változás esetén

a $p(V)$ függvény: $p = nRT/V$

Az izoterm változás kvázisztatikus térfogati munkája tökéletes gázra

$$w = -nRT \int_{V_i}^{V_2} \frac{1}{V} dV = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -p_2 V_2 \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

A példa szerint $V_2/V_1 = 0,50$ és $\ln(0,5) = -0,69$
tehát

$$w = (- 0,21 \times 8,314 \times 293 \times \ln(0,5)) \text{ J} = +355 \text{ J}$$

A számított munka pozitív, tehát a rendszer energiája növekedett.

10. feladat

Egy hengerben 1,00 atm nyomású, 5,00 dm³ térfogatú héliumgáz van. A belső energiája 1000 J. Mekkora a gáz entalpiája?

megoldás:

$$p = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V = 5 \text{ dm}^3 = 0,005 \text{ m}^3$$

Az entalpia definíciója: $H = U + pV$

$$pV = 507 \text{ J}$$

$$H = (1000 + 507) \text{ J} = 1507 \text{ J}$$

11. feladat

Egy hengerben adiabatikus módon a nitrogén nyomását 2,00 atm-ról 3,00 atm-ra növeljük. Azt tapasztaljuk, hogy a nitrogén hőmérséklete 20,00 °C-ról 20,27 °C-ra növekszik. Becsülje meg ennek alapján a nitrogén adiabatikus Joule-Thomson együtthatóját!

megoldás:

adiabatikus Joule-Thomson együttható meghatározása:

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H \approx \frac{\Delta T}{\Delta p}$$

$$\Delta p = (3,00 - 2,00) \text{ atm} = 1,00 \times 101325 \text{ Pa}$$

$$\Delta T = 0,27 \text{ K}$$

$$\mu = 0,27 \text{ K} / 101325 \text{ Pa} = 2,7 \times 10^{-6} \text{ K Pa}^{-1}$$

12. feladat

5,000 kg, jól hőszigetelt vastömböt árammal felmelegítünk $p=1$ atm állandó nyomáson. Ha 10 kJ (pontosabban írva 10,000 kJ) hőt közlünk vastömbbel, akkor annak hőmérséklete 4,45 K-el emelkedik meg. Mekkora a vastömb állandó nyomáson vett hőkapacitása? Mekkora a moláris c_p ? $M_{\text{Fe}}=55,85 \text{ g mol}^{-1}$

megoldás:

A vastömb hőkapacitása $C = \delta q/dT$

$$C_p = 10000 \text{ J} / 4,45 \text{ K} = 2,25 \times 10^3 \text{ J/K} = 2,25 \text{ kJ/K}$$

$$m_{\text{Fe}} = 5,000 \text{ kg} = 5000 \text{ g}$$

$$n_{\text{Fe}} = 5000 \text{ g} / (55,85 \text{ g mol}^{-1}) = 89,53 \text{ mol}$$

$$c_p = (2250/89,53) \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$c_p = 25,1 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

a vas állandó nyomáson vett moláris hőkapacitása.

13. feladat

1,000 kg tömegű rézet 1,000 bar állandó nyomáson felmelegítünk 300,0 K-ről 1200 K-re. Mennyi hő szükséges ehhez? $M_{\text{Cu}} = 63,54 \text{ g mol}^{-1}$
 $c_p = (22,59 + 6,28 \times 10^{-3} T) \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

megoldás:

$$m_{\text{Cu}} = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$n_{\text{Cu}} = 1000 \text{ g} / (63,54 \text{ g mol}^{-1}) = 15,74 \text{ mol}$$

$$H(T_2) = H(T_1) + \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

$$H(T_2) = H(T_1) + C_p (T_2 - T_1); \quad (\Delta C_p \text{ állandó}).$$

$$\text{Tehát } \Delta H = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

A fenti c_p (T) függvényt integráljuk, a kapott függvénnyel a Newton-Leibnitz szabállyal kiszámítjuk a határozott integrált:

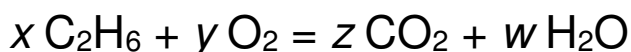
$$\begin{aligned} \Delta H &= [22,59 T + 6,28 \times 10^{-3} T^2/2]_{300}^{1200} \\ &= (22,59 \times 1200 + 6,28 \times 10^{-3} \cdot 1200^2/2) - \\ &\quad (22,59 \times 300 + 6,28 \times 10^{-3} \cdot 300^2/2) \text{ J mol}^{-1} \\ &= 31629,6 - 7059,6 \text{ J mol}^{-1} \\ &= 24570 \text{ J mol}^{-1} \end{aligned}$$

A teljes szükséges hőmennyiség:

$$q = n \times \Delta H = 15,74 \text{ mol} \times 24570 \text{ J mol}^{-1} = 386,7 \text{ kJ}$$

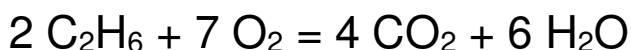
14. feladat

Adja meg az alábbi reakcióhoz tartozó sztöchiometriai együtthatókat!

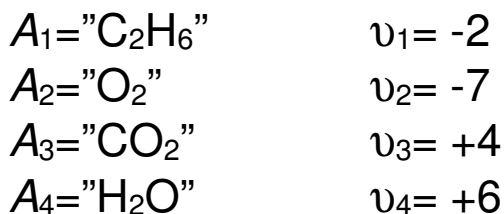


Megoldás:

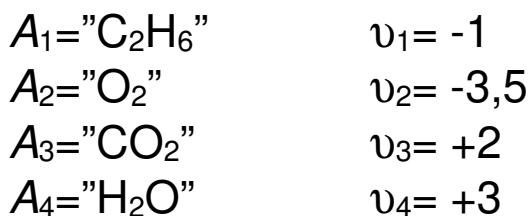
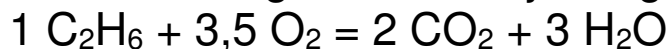
A kiegészített reakcióegyenlet:



Ennek alapján az egyes anyagokhoz tartozó sztöchiometriai együtthatók:



A sztöchiometriai együtthatókat ugyanazzal a számmal megszorozva is jó megoldást kapunk:



A sztöchiometriai együtthatók előjeles számok!

15. feladat

Mennyi a $\text{CH}_4(\text{g}) + 2 \text{O}_2(\text{g}) = \text{CO}_2(\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O}(\text{g})$ reakció standard reakcióentalpiája?

A szükséges adatok:

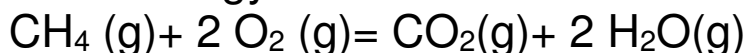
$$\Delta H_f^\theta(\text{CH}_4(\text{g})) = -74,81 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$\Delta H_f^\theta(\text{CO}_2(\text{g})) = -393,51 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$\Delta H_f^\theta(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) = -241,82 \text{ kJ mol}^{-1}$$

megoldás:

A reakcióegyenlet:



A standard moláris reakcióentalpia számítása:

$$\Delta_r H^\theta = \sum_j \nu_j \Delta H_{f,j}^\theta,$$

$$\Delta_r H^\theta = -1 \times \Delta H_f^\theta(\text{CH}_4) - 2 \times \Delta H_f^\theta(\text{O}_2) + 1 \times \Delta H_f^\theta(\text{CO}_2) + 2 \times \Delta H_f^\theta(\text{H}_2\text{O}(\text{g}))$$

$$\Delta_r H^\theta = (-1 \times -74,81 - 2 \times 0 + 1 \times -393,51 + 2 \times -241,82) \text{ kJ mol}^{-1} = -802,34 \text{ kJ mol}^{-1}$$

A standard reakcióentalpia tehát $-802,34 \text{ kJ mol}^{-1}$.

16. feladat

A gázszolgáltató vállalatok úgy számolnak, hogy 1 m³ földgáz égésekor 34 MJ hő keletkezik. Ez mennyire pontos érték, ha tudjuk, hogy a háztartási gázórán leolvasott gázfogyasztás úgynevezett gáztechnikai normálállapotra vonatkozik (1 atm nyomás és 15 °C hőmérséklet)? Tételezzük fel, hogy a földgáz tiszta metán és hogy az égés előtt a reaktánsok és az égés után a termékek is 25 °C hőmérsékletűek és 1 bar nyomásúak! 1 mól metán elégésének standard reakcióentalpiája –802,34 kJ mol⁻¹.

megoldás:

$$pV=nRT$$

$$n=pV/RT$$

$$= (101325 \text{ Pa} \times 1 \text{ m}^3) / (8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 288,15 \text{ K})$$

$$= 42,295 \text{ mol}$$

Ha a metánt tökéletes gáznak tekintjük, 1 m³ gáztechnikai normálállapotú földgáz tehát 42,295 mol metánt tartalmaz.

1 m³ metán elégésekor

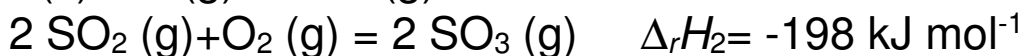
$$q = 42,295 \text{ mol} \times -802,34 \text{ kJ mol}^{-1} = -33935 \text{ kJ}$$

$$= -33,935 \text{ MJ a hőváltozás.}$$

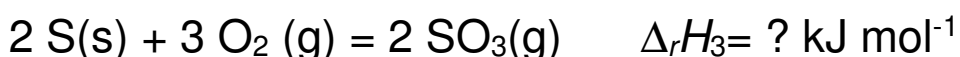
A gázművek 34 MJ/m³ fűtőértékkel számol, ami ennek 100,18%-a.

17. feladat

Ismerjük a következő két reakció standard reakció entalpiáját:



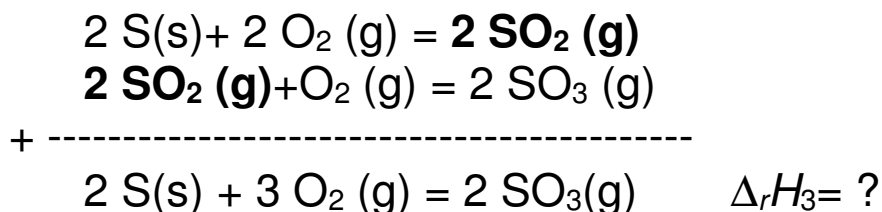
Mekkora az alábbi reakció standard reakció entalpiája?



megoldás:

Hess tétele: Az eredő reakcióentalpia azon egyedi reakciók entalpiáinak összege, amelyekre a bruttó reakció felosztható.

Ha az 1. kémiai egyenlet kétszereséhez adjuk a 2. egyenletet, megkapjuk a 3. egyenletet. A félkövérrel jelzett képletek kiejtik egymást:



Ennek megfelelően:

$$\Delta_r H_3 = 2 \times \Delta_r H_1 + \Delta_r H_2 = 2 \times -297 + -198 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$\Delta_r H_3 = -792 \text{ kJ mol}^{-1}$$

18. feladat

A metán égésének standard reakcióentalpiája 25 °C hőmérsékleten $-802,34 \text{ kJ mol}^{-1}$. Mennyi a reakcióentalpia, ha a kiindulási anyagok és a termékek hőmérséklete is 40 °C? Az adatok:

$$c_p(\text{CH}_4) = 75,291 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, \quad c_p(\text{O}_2) = 29,125 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\ c_p(\text{CO}_2) = 37,11 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, \quad c_p(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) = 33,58 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

differenciáljuk hőmérséklet szerint:

⇒ a Kirchhoff-tétel differenciális alakja

$$\left(\frac{\partial \Delta_r H^\ominus}{\partial T} \right)_p = \sum_j \nu_j c_{p,j} = \Delta c_p$$

Integrális alak:

$$\Delta_r H^\ominus(T_2) = \Delta_r H^\ominus(T_1) + \int_{T_1}^{T_2} \Delta c_p dT$$

$$\Delta_r H^\ominus(T_2) = \Delta_r H^\ominus(T_1) + \Delta c_p (T_2 - T_1); \quad (\Delta c_p \text{ állandó}).$$

A reakcióegyenlet: $\text{CH}_4 + 2 \text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O}$

$$\Delta c_p = -1 \times 75,291 - 2 \times 29,125 + 1 \times 37,11 + 2 \times 33,58 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = -29,271 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \Delta_r H^\ominus(313\text{K}) &= \Delta_r H^\ominus(313\text{K}) + \Delta c_p \times \Delta T \\ &= (-802340 + -29,271 \times 15) \text{ J mol}^{-1} \\ &= -802779 \text{ J mol}^{-1} \\ &= -802,78 \text{ kJ mol}^{-1} \end{aligned}$$

19. feladat

Mennyi hőre van szükség, hogy 1,000 kg 0,00 °C hőmérsékletű jég felolvasztásához, hogy 0,00 °C hőmérsékletű víz keletkezzen?

A számításhoz szükséges adatok a H₂O(s) olvadási entalpiája: 6008 J mol⁻¹ és $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18,015 \text{ g mol}^{-1}$

Megoldás:

1 kg víz = 1000 g / 18,015 g mol⁻¹ víz = 55,51 mol víz

1 kg víz megolvasztásához kell
 $q = 55,51 \text{ mol} \times 6008 \text{ J mol}^{-1} = 333,5 \text{ kJ hő}$

20. feladat

Mennyi hőre van szükség, hogy 1,000 kg $-30,00\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű jégből $0,00\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű jég keletkezzen? A számításhoz szükséges adatok:
A $\text{H}_2\text{O}(\text{s})$ állandó nyomáson vett hőkapacitása $38,09\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$

Megoldás:

$$H(T_2) = H(T_1) + C_p(T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = 38,09\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1} \times 30\text{ K} = 1142,7\text{ J mol}^{-1}$$

$$1\text{ kg víz} = 55,51\text{ mol víz}$$

$$q = 1142,7 \times 55,51\text{ J} = 63431\text{ J} = 63,43\text{ kJ}$$

hőre van szükség

21. feladat

Mekkora az entrópiaváltozás, ha 1,000 kg 0,00 °C hőmérsékletű jég felolvasztásakor 0,00 °C hőmérsékletű víz keletkezik?

A számításhoz szükséges adatok a H₂O(s) oladási entalpiája: 6008 J mol⁻¹ és $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18,015 \text{ g mol}^{-1}$

Megoldás:

1 kg víz = 1000 g / 18,015 g mol⁻¹ víz = 55,51 mol víz

1 kg víz megolvasztásához kell

$q = 55,51 \text{ mol} \times 6008 \text{ J mol}^{-1} = 333,5 \text{ kJ}$ hő

$dS = \frac{\delta q_{\text{rev}}}{T}$, ahol δq_{rev} a rendszer által reverzibilis folyamatban felvett vagy leadott hő T hőmérsékleten.

Az átalakulás hőmérséklete $T = 0,00 \text{ °C} = 273,15 \text{ K}$

$\Delta S = 333504/273,15 \text{ J K}^{-1} = 1221 \text{ J K}^{-1}$

22. feladat

Mekkora egy autómotor legnagyobb lehetséges hatásfoka, ha a hengerben a benzin–levegő elegy elégeése után keletkezett forró gáz hőmérséklete 1130 °C, a hűtővíz hőmérséklete pedig 98,0 °C?

megoldás:

A Carnot-hatásfok egy hőerőgép lehetséges legnagyobb hatásfoka. Számítása:

$$\eta = \frac{|w_{\max}|}{|q_1|} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ ahol } T_1 \text{ a meleg hőtartály}$$

hőmérséklete, T_2 a hideg hőtartály hőmérséklete,

Ebben az esetben

$$T_1 = 1130 \text{ °C} = 1403,15 \text{ K}$$

$$T_2 = 98 \text{ °C} = 371,15 \text{ K}$$

$$\eta = 1 - 371,15/1403,15 = 0,735$$

Ennek az autómotornak a legnagyobb lehetséges hatásfoka 73,5%.

Megjegyzés: a valódi hatásfok 25% körül van.

23. feladat

Konyhánkban állandóan működik egy 200 W teljesítményű fagyasztószelekrény.

A fagyasztószelekrény teljesítménytényezője $COP=2,5$

A teljesítménytényező (COP= coefficient of performance) azt mutatja meg, hogy mekkora az időegység alatt a meleg hőtartályba érkező hőenergia és a hőszivattyú működtetéséhez szükséges villamosenergia hányadosa.

Másodpercenként hány Joule hő melegíti a konyhát?

Másodpercenként hány Joule hő érkezik a fagyasztószelekrénybe a borításán keresztül?

megoldás:

A hűtőszelekrény villamos áram fogyasztása 200 W, tehát másodpercenként 200 J.

$COP=2,5$, tehát a meleg hőtartályba (a konyhába) 500 J hő érkezik másodpercenként: ennyi melegíti a konyhát.

Ebből másodpercenként 200 J ered a villanyáram hővé alakításából és 300 J bemegy a konyhából a hűtőszelekrénybe a borításán keresztül, majd azt a hőszivattyú kivonja, hogy a hűtőszelekrény belsejében állandó maradjon a hőmérséklet.

24. feladat

Egy állandó térfogatú izolált rendszerben 10^{50} különböző mikroszkopikus állapot valósulhat meg. Mekkora a rendszer entrópiája?

megoldás:

Boltzmann entrópia egyenlete: $S = k \ln \Omega$, ahol

$k = \frac{R}{N_A}$ a Boltzmann-állandó, R az egyetemes gázállandó ($8,3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$), N_A az Avogadro szám ($6,022 \times 10^{23}$) és Ω a rendszer azon lehetséges elrendeződéseinek száma, mely kiadja a rendszer összenergiáját.

$$\begin{aligned} k &= 8,3145 / 6,022 \times 10^{23} \text{ J K}^{-1} \\ &= 1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= 10^{50} \\ \ln \Omega &= \ln 10^{50} = 115,13 \end{aligned}$$

$$S = 1,59 \times 10^{-21} \text{ J K}^{-1}$$

25. feladat

Egy tartályban $n=8,00$ mól, $T= 500$ K hőmérsékletű, $p^\ominus = 1,00$ bar nyomású héliumgáz van. Mennyivel több a gáz szabadentalpiája $p= 5,00$ bar nyomáson, ugyanazon a hőmérsékleten?

megoldás:

$$G(p, T) - G(p^\ominus, T) = \int_{p^\ominus}^p V dp = \int_{p^\ominus}^p \frac{nRT}{p} dp = nRT \ln \frac{p}{p^\ominus}$$

$$\Delta G = 8 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 500 \text{ K} \times \ln 5/1$$

$$\Delta G = 8 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 500 \text{ K} \times \ln 5/1$$

$$\Delta G = 53523 \text{ J} = 53,5 \text{ kJ}$$

26. feladat

Megmérték állandó $p = 1$ bar nyomáson egy fázisátalakulás szabadentalpia-változásának hőmérsékletfüggését és azt találták, hogy az leírható a $\Delta G/\text{J} = -85,40 + 36,5 (T/\text{K})$ függvénnyel. Mekkora a fázisátalakulás entrópiaváltozása?

megoldás:

A szabadentalpia hőmérsékletfüggése:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad \text{illetve} \quad \left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T}\right)_p = -\Delta S$$

$y = b + aT$ típusú egyenlet T szerinti deriváltja a ,
tehát

$$\Delta S = -\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T}\right)_p = -36,5 \text{ J/K}$$

Megjegyzés: A szabadentalpia hőmérsékletfüggésének leírására egy másik egyenlet a Gibbs–Helmholtz-egyenletet

$$\left(\frac{\partial}{\partial T}\right)_p \left(\frac{G}{T}\right) = -\frac{H}{T^2} \quad \text{illetve} \quad \left(\frac{\partial}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\Delta G}{T}\right) = -\frac{\Delta H}{T^2}.$$

27. feladat

A gyémánt moláris térfogata $3,417 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, moláris entrópiája pedig a $2,38 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. A grafit moláris térfogata $5,298 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, moláris entrópiája pedig a $5,74 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Egy vulkán magmakamrájában egy helyen a gyémánt és a grafit éppen termodinamikai egyensúlyi állapotban van, amikor $100,0 \text{ K}$ -el nő a hőmérséklet. Mennyit kell változnia a nyomásnak, hogy továbbra is fennmaradjon az egyensúly?

megoldás:

Clapeyron egyenlet: $\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S_m}{\Delta V_m} = \frac{\Delta H_m}{T \Delta V_m}$, ahol p a

nyomás, T a hőmérséklet, ΔS_m , ΔV_m , ΔH_m : fázisátlépéskor bekövetkező moláris entrópia, térfogat, illetve entalpiaváltozás.

Ebben az esetben

$$\begin{aligned}\Delta S_m &= (5,74 - 2,38) \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 3,36 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = \\ &= 3,36 \text{ N m K}^{-1} \text{ mol}^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_m &= (5,298 - 3,417) \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1} = 1,881 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1} = \\ &= 1,881 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}dp/dT &= \Delta S_m / \Delta V_m = 1,786 \times 10^6 \text{ N m}^{-2} \text{ K}^{-1} = \\ &= 1,786 \times 10^6 \text{ Pa K}^{-1}\end{aligned}$$

$$dT = 100 \text{ K}$$

$$\begin{aligned}dp &= 1,786 \times 10^6 \text{ Pa K}^{-1} \times 100 \text{ K} = 1,786 \times 10^8 \text{ Pa} \\ &= 1786 \text{ bar}\end{aligned}$$

Ha $100,0 \text{ K}$ -el nő a hőmérséklet, akkor 1786 bar -al kell nőnie a nyomásnak, hogy fennmaradjon az egyensúly.

28. feladat

A diklór-metán gőznyomása 24,1 °C-on 400 torr. Mekkora hőmérsékleten éri el a gőznyomás az 500 torr, ha a diklór-metán moláris párolgási entalpiája $\Delta H = 28,7 \text{ kJ mol}^{-1}$.

megoldás:

Clausius-Clapeyron egyenlet:
$$\frac{d \ln p}{dT} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2}$$

ahol p a nyomás, T a hőmérséklet, ΔH a moláris párolgási illetve szublimációs entalpiaváltozás. Integrált alakja:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Itt $p_1 = 400 \text{ torr}$, $p_2 = 500 \text{ torr}$, $T_1 = 24,1 \text{ °C} = 297,25 \text{ K}$

$$\ln \frac{500 \text{ torr}}{400 \text{ torr}} = -\frac{28,7 \cdot 1000 \text{ J mol}^{-1}}{8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{297,25 \text{ K}} \right)$$

$$\Rightarrow T_2 = 303,1 \text{ K}$$

Megjegyzés: kivételesen nem váltottuk át a nyomásegységet Pa-ra, mert a két nyomás hányadosára van csak szükség.

29. feladat

Mennyi a víz forráspontja 0,900 atm nyomáson?

A víz moláris párolgási entalpiája

$$\Delta H = 40,8 \text{ kJ mol}^{-1}.$$

megoldás:

$$\text{Clausius-Clapeyron egyenlet: } \frac{d \ln p}{dT} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2}$$

ahol p a nyomás, T a hőmérséklet, ΔH a moláris párolgási illetve szublimációs entalpiaváltozás.

Integrált alakja:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = - \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Itt $p_1 = 1,000 \text{ atm}$, $p_2 = 0,900 \text{ atm}$,

$$T_1 = 100,00 \text{ }^\circ\text{C} = 373,15 \text{ K}$$

$$\ln \frac{0,900 \text{ atm}}{1,000 \text{ atm}} = - \frac{40,8 \cdot 1000 \text{ J mol}^{-1}}{8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{373,15 \text{ K}} \right)$$

$$\Rightarrow T_2 = 370,18 \text{ K} = 97,03 \text{ }^\circ\text{C}$$

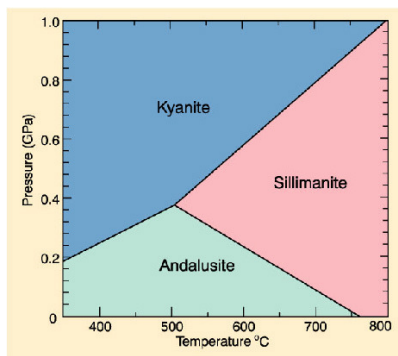
30. feladat

Az Al_2SiO_5 összegképletű alumíniumszilikátnak három kristályos alakja létezik. A megfelelő ásványokat andalúzitnak, kianitnak és szillimanitnak hívják. Ha adott nyomáson és hőmérsékleten egyensúlyban van a kianit és szillimanit, és megváltoztatjuk a nyomást, de nem változtatjuk meg a hőmérsékletet, akkor fennmarad-e az egyensúly?

megoldás:

Gibbs féle fázistörvény: $F + Sz = K + 2$, ahol F a fázisok száma, Sz a rendszer termodinamikai szabadsági fokainak száma, K a komponensek száma.

Itt $F = 2$, $K = 1$, tehát $Sz = 1$. Ez azt jelenti, hogy ha p megváltozik, akkor T -is meg kell változtatni, hogy fennmaradjon az egyensúly.



kianit kristály

31. feladat

Összekeverünk 100,00 g 25 °C toluolt 100,00 g 25 °C orto-xilollal. Mekkora a szabadentalpia és az entrópia változás?

$M_{\text{toluol}} = 92,14 \text{ g mol}^{-1}$, $M_{\text{xilol}} = 106,16 \text{ g mol}^{-1}$.

Mennyire kapunk más eredményt, ha orto-xilol helyett para-xilolt használunk?

megoldás:

100 g toluol = $100/92,14 \text{ mol} = 1,085 \text{ mol toluol}$

100 g xilol = $100/106,16 \text{ mol} = 0,942 \text{ mol xilol}$

(minden xilol izomerre!)

$n = n_{\text{toluol}} + n_{\text{xilol}} = 1,085 + 0,942 \text{ mol} = 2,027 \text{ mol}$

$x_{\text{toluol}} = 1,085/2,027 = 0,535$

$x_{\text{xilol}} = 0,942/2,027 = 0,465$

$T = 25 \text{ °C} = 298,15 \text{ K}$

Ideális elegy képződése

$$\Delta G = nRT \sum_i x_i \ln x_i \quad (p, T \text{ állandó})$$

$$\Delta S = -nR \sum_i x_i \ln x_i$$

$$\begin{aligned} \Delta G &= 2,027 \times 8,314 \times 298,15 \times (0,535 \times \ln 0,535 + 0,465 \times \ln 0,465) \text{ J} \\ &= -3470 \text{ J} \quad \text{csökkent a szabadentalpia} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= -2,027 \times 8,314 \times (0,535 \times \ln 0,535 + 0,465 \times \ln 0,465) \text{ J K}^{-1} \\ &= 11,64 \text{ J K}^{-1} \quad \text{növekedett az entrópia} \end{aligned}$$

32. feladat

Egy elegy 40 mol% etanolt és 60 mol% *n*-propanolt tartalmaz. Ha a hőmérséklet $T = 78,3 \text{ °C}$, akkor mennyivel kisebb az etanol kémiai potenciálja az elegyben, mint a tiszta etanolban?

megoldás:

ideális elegyben az i -edik anyag kémiai potenciálja:

$$\mu_i = G_{m,i}^*(p, T) + RT \ln x_i, \text{ ahol}$$

R az egyetemes gázállandó,

T az elegy hőmérséklete,

x_i az i -edik. anyag móltörtje,

$G_{m,i}^*(p, T)$ a tiszta i -edik anyag parciális moláris szabadentalpiája

$$T = 78,3 \text{ °C} = 351,45 \text{ K}$$

$$\mu_i - G_{m,i}^*(p, T) = RT \ln x_i =$$

$$= 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 351,45 \text{ K} \times \ln 0,40$$

$$= 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 351,45 \text{ K} \times (-0,916)$$

$$= -2,7 \times 10^3 \text{ J mol}^{-1}$$

33. feladat

90 °C-on

a toluol (1) gőznyomása $p_1^* = 53,33$ kPa,
az o-xilol (2) gőznyomása $p_2^* = 20,00$ kPa.

Mekkora a toluol – o-xilol z elegy felett a gőznyomás, ha a folyadékban a toluol móltörtje $x_1 = 0,200$?

Megoldás:

Raoult törvénye: ideális folyadékelegy feletti gőztérben egy anyag parciális nyomása egyenlő a tiszta anyag gőznyomásának és az anyag folyadékfázisbeli móltörtjének szorzatával, tehát

$p_i = x_i p_i^*$, ahol x_i az i -edik.anyag móltörtje a folyadékelegyben, p_i^* a tiszta i -edik anyag gőznyomása, p_i az i -edik.anyag parciális nyomása a gőztérben

toluol móltörtje $x_1 = 0,200$

o-xilol móltörtje $x_2 = 0,800$

toluol parciális nyomása

$$p_1 = x_1 \times p_1^* = 0,200 \times 53,33 \text{ kPa} = 10,67 \text{ kPa}$$

o-xilol parciális nyomása

$$p_2 = x_2 \times p_2^* = 0,800 \times 20,00 \text{ kPa} = 16,00 \text{ kPa}$$

az elegy felett a gőznyomás:

$$p = p_1 + p_2 = 26,67 \text{ kPa}$$

34. feladat

$T = 25\text{ °C}$ hőmérsékleten, $p = 1\text{ atm}$ levegőn álló víznek mekkora az oldott oxigén tartalma?

$$K = 4,40 \times 10^9\text{ Pa}$$

megoldás:

Henry törvénye reális elegy felett egy kis koncentrációjú anyag parciális nyomása arányos a folyadékfázisbeli móltörtjével: $p_i = x_i K_i$, ahol x_i az i -edik anyag móltörtje a folyadékelegyben, K_i nyomásdimenziójú állandó, p_i az i -edik anyag parciális nyomása a gőztérben

Az oxigén parciális nyomása a levegőben:

$$p_i = 0,21 \times 101325\text{ Pa} = 2,13 \times 10^4\text{ Pa}$$

$$x_i = p_i / K_i = 2,13 \times 10^4\text{ Pa} / 4,40 \times 10^9\text{ Pa} = 4,84 \times 10^{-6}\text{ az oldott oxigén móltörtje.}$$

35. feladat

10 g ismeretlen szerves anyagot feloldunk 75 g CCl_4 -ben. Azt tapasztaljuk, hogy a fagyáspont 10,5 K-el csökken. Mekkora az ismeretlen anyag móltömege? A CCl_4 kriozkópos állandója $K_f = 30,0 \text{ K kg mol}^{-1}$

megoldás:

$$\Delta T = K_f m_2$$

Az ismeretlen anyag molalitása:

$$m_2 = \Delta T / K_f = 10,5 \text{ K} / 30,0 \text{ K kg mol}^{-1} = 0,35 \text{ mol kg}^{-1}$$

75 g CCl_4 -ben feloldottunk 10 g anyagot
1000 g CCl_4 -ben feloldottunk x g anyagot
 $x = 10 \times 1000 / 75 = 133,3 \text{ g}$ anyag

0,35 mol anyag 133,3 g
1,00 mol anyag y g

$y = 133,3 \times 1 / 0,35 \text{ g mol}^{-1} = 381 \text{ g mol}^{-1}$
az ismeretlen anyag moláris tömege.

36. feladat

Egy fehérje moláris tömege $M= 25000 \text{ g mol}^{-1}$
Feloldunk $m= 1,553 \text{ g}$ fehérjét 100 cm^3 vízben.
Mekkora az oldat ozmózisnyomása, ha hőmérséklet
 $T= 25 \text{ }^\circ\text{C}$?

megoldás:

van't Hoff egyenlet az ozmózis nyomásra: $\Pi V=nRT$, ahol Π az ozmózisnyomás, V az oldat térfogata, n az oldott anyag mennyisége, R az egyetemes gázállandó és T az oldat hőmérséklete avagy $\Pi=cRT$, ahol c az oldott anyag moláris koncentrációja.

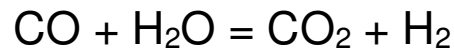
$$\begin{aligned} \text{Ebben az esetben } n &= 1,553 \text{ g} / 25000 \text{ g mol}^{-1} = \\ &= 6,212 \times 10^{-5} \text{ mol} \\ V &= 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3 \\ T &= 25 \text{ }^\circ\text{C} = 298,15 \text{ K} \end{aligned}$$

Az ozmózisnyomás:

$$\begin{aligned} \Pi &= nRT/V = \\ &= 6,212 \times 10^{-5} \text{ mol} \times 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K} / 10^{-4} \text{ m}^3 \\ &= 1540 \text{ J m}^{-3} = 1540 \text{ Pa} \end{aligned}$$

37. feladat

1,000 mol CO₂ elegyítünk 1,000 mól H₂-vel $T = 1000$ K hőmérsékleten. Az egyensúly beállta után a gázelegy 0,542 mól CO-t tartalmaz. Mekkora az alábbi reakció K_x egyensúlyi állandója ezen a hőmérsékleten?



megoldás:

Nincsen mólszám-változás, emiatt az elegy összes mólszáma mindig 2,000 mól.

Az egyensúlyi elegyben

$$x(\text{CO}) = 0,542 / 2,000 = 0,271$$

$$x(\text{H}_2\text{O}) = 0,542 / 2,000 = 0,271$$

$$x(\text{CO}_2) = (1,000 - 0,542) / 2,000 = 0,458 / 2,000 = 0,229$$

$$x(\text{H}_2) = (1,000 - 0,542) / 2,000 = 0,458 / 2,000 = 0,229$$

egyensúlyi állandó:
$$K_x = \prod_j x_j^{\nu_j} (e)$$

$$\begin{aligned} K_x &= x_{\text{CO}_2} x_{\text{H}_2} / (x_{\text{CO}} x_{\text{H}_2\text{O}}) \\ &= (0,229) \times (0,229) \times (0,271)^{-1} \times (0,271)^{-1} \\ &= 0,714 \end{aligned}$$

38. feladat

Egy $A=B$ egyensúlyi reakció standard reakció szabadentalpiája $\Delta_r G^\theta = -3,67 \text{ kJ mol}^{-1}$ ha a hőmérséklet $T=400 \text{ K}$. Mekkora az egyensúlyi állandó?

Megoldás:

egyensúlyi állandó számítása termodinamikai adatokból:

$\Delta_r G^* = -RT \ln K_x$, ahol $\Delta_r G^*$ a reakciószabadentalpia és K_x a móltörtekekkel kifejezett egyensúlyi állandó.

Másik alakja:

$\Delta_r G^\theta = -RT \ln K_p$, ahol $\Delta_r G^\theta$ a standard reakciószabadentalpia és K_p a parciális nyomásokkal kifejezett egyensúlyi állandó.

$$K_p = \exp(-\Delta_r G^\theta / RT) = \exp(3670 / (8,314 \times 400)) = 3,01$$

39. feladat

Határozzuk meg a $p^\ominus = 1$ bar nyomáson lezajló $\text{Br}_2(\text{g}) = 2 \text{ Br}(\text{g})$ reakció egyensúlyi állandóját a $T_2 = 1200$ K hőmérsékleten, ha a reakcióentalpia $\Delta_r H^\ominus = 201 \text{ kJ mol}^{-1}$ és a $T_1 = 1106$ K hőmérsékleten $K_{p1} = 403$.

megoldás:

egyensúlyi állandó hőmérsékletfüggése (van't Hoff egyenlet):

$$\frac{d \ln K}{dT} = -\frac{d}{dT} \left(\frac{\Delta_r G^\ominus}{RT} \right) = \frac{\Delta_r H^\ominus}{RT^2},$$
 ahol K lehet K_p , K_x vagy K_a , $\Delta_r H^\ominus$ a standard reakcióentalpia és a $\Delta_r G^\ominus$ standard reakció-szabadentalpia.

Az integrált egyenletet szerint ha $\Delta_r H^\ominus$ független a hőmérséklettől \Rightarrow

$$\ln \frac{K_p(T_2)}{K_p(T_1)} = -\frac{\Delta_r H^\ominus}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

$$\ln \frac{K_{p2}}{403} = -\frac{201 \cdot 1000 \text{ J mol}^{-1}}{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}} \left(\frac{1}{1200 \text{ K}} - \frac{1}{1106 \text{ K}} \right),$$

$$K_{p2} = 2,20 \cdot 10^3.$$

40. feladat

$p = 7,0$ bar nyomáson és $T = 600$ K hőmérsékleten az $\text{N}_2 + 3 \text{H}_2 \rightleftharpoons 2 \text{NH}_3$ reakció K_p egyensúlyi állandója

$K_p = 1,87 \times 10^{-3}$. Mekkora a K_x egyensúlyi állandó?

Megoldás:

egyensúlyi állandó nyomásfüggése:

K_p nyomásfüggetlen. K_x változása az alábbi

egyenletből határozható meg: $K_x = K_p \left(\frac{p}{p^\theta} \right)^{-\Delta v}$,

ahol

p^θ a standard nyomás (1 bar)

Δv a mólszámváltozás a reakcióban

Ebben az esetben a mólszámváltozás a reakcióban

$$\Delta v = 2 - 1 - 3 = -2$$

$$\begin{aligned} K_x &= 1,87 \times 10^{-3} (7 \text{ bar} / 1 \text{ bar})^2 = \\ &= 1,87 \times 10^{-3} \times 49 = 9,16 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

41. feladat

Egy 5 cm átmérőjű, 40 cm magas mérőhengert megtöltünk 20 °C hőmérsékletű mézzel és beledobunk egy 1 cm átmérőjű csapágygolyót.

Milyen sebességgel fog süllyedni a csapágygolyó?

A méz viszkozitása $\eta = 10,0 \text{ Pa s}$

A méz sűrűsége: $\rho = 1,42 \text{ g cm}^{-3} = 1420 \text{ kg m}^{-3}$

Az acél sűrűsége: $\rho = 7,85 \text{ g cm}^{-3} = 7850 \text{ kg m}^{-3}$

$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

Megoldás:

Az acélgolyó térfogata:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3,1415 \times (0,5 \text{ cm})^3 = 0,524 \text{ cm}^3 = 5,24 \times 10^{-7} \text{ m}^3$$

Az acélgolyó súlya:

$$F_a = V \times \rho \times g = 5,24 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \times 7850 \text{ kg m}^{-3} \times 9,81 \text{ m s}^{-2} = 4,04 \times 10^{-2} \text{ N}$$

A kiszorított méz súlya:

$$F_v = V \times \rho \times g = 5,24 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \times 1420 \text{ kg m}^{-3} \times 9,81 \text{ m s}^{-2} = 7,30 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Az acélgolyót lehúzó erő a mézben:

$$F = F_a - F_v = 4,04 \times 10^{-2} \text{ N} - 7,30 \times 10^{-3} \text{ N} = 3,31 \times 10^{-2} \text{ N}$$

Arkhimédész törvénye:

Minden mézbe mártott test

A súlyából annyit vesz

Amennyi az általa

kiszorított méz súlya

Stokes törvény: $F = 6\pi\eta r v$, ahol

F a mozgó gömbre ható közegellenállási erő

η a viszkozitás

r a mozgó gömb sugara

v a mozgó gömb sebessége

Az acélgolyót lehúzó erő a mézben (Arkhimédész!):

$$F = 3,31 \times 10^{-2} \text{ N}$$

A golyó beejtése után a golyó sebessége állandó lesz, amikor a közegellenállási erő azonos lesz a golyó lefelé húzó erővel.

$$r = d/2 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$v = F / (6\pi\eta r)$$

$$= 3,31 \times 10^{-2} \text{ N} / (6 \times 3,1415 \times 10,0 \text{ N m}^{-2} \text{ s} \times 5 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$= 3,51 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1} = 3,51 \text{ cm s}^{-1}$$

42. feladat

Egy bögre teában a cukor koncentrációja alulról felfelé növekszik a következő függvény szerint, ahol x a bögre aljától mért távolság méterben:

$$c = 10^{-3} (x^3 + 10^{-2}) \quad \text{mol m}^{-3}$$

Mekkora a bögre aljától mérve 5 cm magasságban a cukor diffúziós áramsűrűsége?

A nádcukor diffúziós együtthatója teában $D = 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

Megoldás:

Fick I. törvénye, $J_d = -D \frac{\partial c}{\partial x}$, ahol J_d a diffúziós

áramsűrűség, D a diffúziós együttható és

$\frac{\partial c}{\partial x}$ a koncentráció x irányú gradiense.

$$c(x) = 10^{-3} (x^3 + 10^{-2}) \quad \text{mol m}^{-3} \quad \text{Ez egy függvény!}$$

ennek az x távolság szerinti deriváltja:

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 10^{-3} 3x^2 \quad \text{mol m}^{-4} \quad \text{Ez is egy függvény!}$$

Ennek a gradiensnek az értéke az $x = 5 \text{ cm}$
 $= 0,05 \text{ m}$ helyen (behelyettesítünk!):

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 10^{-3} \times 3 \times 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol m}^{-4} = 7,5 \times 10^{-6} \text{ mol m}^{-4}$$

Ez egy szám!

A cukor diffúziós áramsűrűsége:

$$J_d = -5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \times 7,5 \times 10^{-6} \text{ mol m}^{-4} = -3,75 \times 10^{-15} \text{ mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

43. feladat

Egy bögre teában a cukor koncentrációja alulról felfelé növekszik a következő függvény szerint, ahol x a bögre aljától mért távolság méterben:

$$c = 10^{-3} (x^3 + 10^{-2}) \quad \text{mol m}^{-3}$$

Mekkora a bögre aljától mérve 5 cm magasságban a cukorkoncentráció változásának sebessége?

A nádcukor diffúziós együtthatója teában $D = 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

.

Megoldás:

Fick II. törvénye, $\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$, ahol

D a diffúziós együttható,

$\frac{\partial c}{\partial t}$ a koncentrációváltozási sebesség és

$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$ a koncentráció távolság szerinti második deriváltja.

$$c = 10^{-3} (x^3 + 10^{-2}) \quad \text{mol m}^{-3} \quad (\text{Ez függvény!})$$

ennek az x távolság szerinti deriváltja:

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 10^{-3} 3x^2 \quad \text{mol m}^{-4} \quad (\text{Ez is függvény!})$$

ennek az x távolság szerinti ujjabb deriváltja, tehát a c koncentrációnak az x távolság szerinti második deriváltja:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 10^{-3} 6x \quad \text{mol m}^{-5} \quad (\text{Ez is függvény!})$$

Ha ebbe a függvénybe behelyettesítjük az $x=0,05$ értéket, akkor megkapjuk a második deriválnak az értékét az $x=0,05$ m helyen:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ mol m}^{-5} \quad (\text{Ez egy szám!})$$

A cukor koncentrációváltozási sebessége tehát

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \times 3 \times 10^{-4} \text{ mol m}^{-5} \\ &= 1,50 \times 10^{-13} \text{ mol m}^{-3} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

44. feladat

Mennyi energiát kell befektetni, hogy egy vízfelület 150 cm²-ről 2500 cm²-re nőjön? A víz–levegő határfelületi feszültség $\gamma = 7,20 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$

megoldás:

$$\Delta E = \gamma \Delta A$$

$$\Delta A = 2500 \text{ cm}^2 - 150 \text{ cm}^2 = 2350 \text{ cm}^2 = 0,235 \text{ m}^2$$

$$\Delta E = 7,20 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2} \times 0,235 \text{ m}^2 = 1,69 \times 10^{-2} \text{ J}$$

45. feladat

Mekkora a víz felületi feszültsége $T = 80\text{ }^\circ\text{C} = 353\text{ K}$ hőmérsékleten?

Az Eötvös állandó $k_E = 2,1 \times 10^{-7}\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-2/3}$

A víz kritikus hőmérséklete $T_c = 374\text{ }^\circ\text{C} = 647\text{ K}$ és $T'_c = 641\text{ K}$

megoldás:

Eötvös törvény: a felületi feszültség hőmérséklet-

függését írja le: $\gamma V_m^{\frac{2}{3}} = k_E (T'_c - T)$, ahol

γ a folyadék felületi feszültsége,

V_m a folyadék moláris térfogata

k_E az Eötvös állandó,

T'_c az adott folyadékra jellemző, a kritikus hőmérséklettől 4-6 K-nel eltérő érték.

1 mól víz tömege 18 g \Rightarrow 1 mól víz térfogata 18 cm³

\Rightarrow 1 mól víz térfogata $1,8 \times 10^{-5}\text{ m}^3$

$\Rightarrow V_m = 1,8 \times 10^{-5}\text{ m}^3\text{ mol}^{-1}$

$\Rightarrow V_m^{\frac{2}{3}} = 6,868 \times 10^{-4}\text{ m}^2\text{ mol}^{-2/3}$

(mert $a = \log_{10} 1,8 \times 10^{-5} = -4,745$; $10^{(2/3 \cdot a)} = 6,868 \times 10^{-4}$)

$$\begin{aligned}\gamma &= 2,1 \times 10^{-7}\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-2/3} \times (641\text{ K} - 353\text{ K}) / \\ &\quad (6,868 \times 10^{-4}\text{ m}^2\text{ mol}^{-2/3}) \\ &= 8,8 \times 10^{-2}\text{ J m}^{-2}\end{aligned}$$

46. feladat

$T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékleten a széntetraklorid egyensúlyi gőznyomása $p^*=87,05$ torr. Ha széntetrakloridot cseppecskékre porlasztanak, a CCl_4 gőznyomása $p=87,95$ torr. Mekkora a cseppek sugara? A szükséges adatok: CCl_4 sűrűsége $\rho=1,6\text{ g cm}^{-3}$, felületi feszültsége $\gamma=2,70\times 10^{-2}\text{ N m}^{-1}$, $M=153,81\text{ g mol}^{-1}$.

megoldás:

Kelvin egyenlet: $\ln \frac{p}{p^*} = \pm \frac{2\gamma V_m}{RT r}$, ahol p a görbült

felület gőznyomása, p^* a síkfelszín gőznyomása, + használandó felülről domború felszín (\cap , pl. Hg), – használandó felülről homorú felszín (\cup , pl. víz) esetén, γ a folyadék felületi feszültsége, V_m a **folyadék** moláris térfogata, R az egyetememes gázállandó, T a folyadék hőmérséklete, r a folyadék sugara.

$$V_m = 153,81 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1} / 1600 \text{ kg m}^{-3} = 9,613 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$

$$r = + \frac{2\gamma V_m}{RT \ln \frac{p}{p^*}} ;$$

$$\begin{aligned} r &= (2 \times 2,70 \times 10^{-2} \times 9,613 \times 10^{-3}) / \\ & \quad (8,314 \times 293,15 \ln (87,95/87,05)) \text{ m} = \\ &= 2,07 \times 10^{-7} \text{ m a cseppek sugara} \end{aligned}$$

47. feladat

Mennyi annak a folyadéknak a felületi feszültsége, amelyik 1,2 cm-t mászik fel egy 0,8 mm átmérőjű csőben? Tételezzük fel, hogy tökéletesen nedvesíti a falat! A folyadék sűrűsége $\rho = 0,871 \text{ g cm}^{-3}$.

megoldás:

A kapillárisemelkedés számítása

$$h = \pm \frac{2\gamma}{r\rho g}, \quad (\text{emelkedés } +, \text{ süllyedés } -)$$

γ folyadék–gőz határfelületi feszültség [J m^{-2}]

r folyadékfelszín görbületi sugara [m]

ρ folyadék sűrűsége [kg m^{-3}]

g nehézségi gyorsulás [$9,81 \text{ m s}^{-2}$]

Itt $h = 1,2 \text{ cm} = 0,012 \text{ m}$ és $\rho = 0,871 \text{ g cm}^{-3} = 871 \text{ kg m}^{-3}$

$d = 0,8 \text{ mm} \Rightarrow r = 0,4 \text{ mm} = 0,0004 \text{ m}$

$$\gamma = +h r \rho g / 2 =$$

$$= 0,012 \text{ m} \times 0,0004 \text{ m} \times 871 \text{ kg m}^{-3} \times 9,81 \text{ m s}^{-2} / 2 =$$

$$= 0,0205 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-1} = 0,0205 \text{ N m}^{-1}$$

48. feladat

Ha CO adszorbeálódik orvosi szénen, a CO megkötődés egyensúlyi állandója $K=7,50 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$. Mekkora a relatív CO borítottság, ha $p=1 \text{ atm}$ nyomású CO–N₂ elegy 80% CO-t tartalmaz.

megoldás:

Langmuir izoterma, $\theta = \frac{K p}{1 + K p}$, ahol

θ a relatív borítottság,

p az adszorbeálódó anyag parciális nyomása,

K az adszorpció állandó. ($K = \frac{k_a}{k_d}$, ahol k_a és k_d az

adszorpció illetve deszorpció sebességi együtthatója.) Akkor kapunk Langmuir izotermát, ha a felület minden aktív helye egyenértékű és az adszorpció képességük nem változik a környezet borítottságával.

A CO parciális nyomása

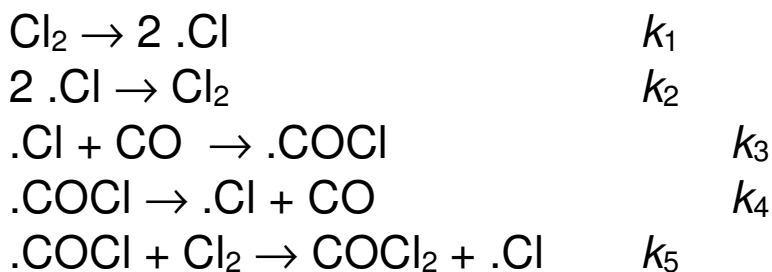
$$p = 0,80 \times 101325 \text{ Pa} = 81060 \text{ Pa}$$

$$\theta = \frac{(7,50 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1} \times 81060 \text{ Pa})}{(1 + 7,50 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1} \times 81060 \text{ Pa})}$$

$$\theta = 0,378$$

49. feladat

Ha klórgáz szénmonoxiddal reagál, foszgén (COCl_2) keletkezik a következő reakciómechanizmus szerint:



Írjon fel egyenletet a Cl-atom koncentrációváltozási sebességére!

megoldás:

Válasz:

Az A_k komponens c_k moláris koncentrációjára vonatkozó kinetikai differenciálegyenlet a következő:

$$\frac{dc_j}{dt} = \sum_i \Delta \nu_{ij} r_i; \quad j = 1, 2, \dots$$

$\Delta \nu_{ij}$ a j -edik anyag jobb és baloldali sztöchiometriai együtthatóinak különbsége az i -edik

reakciólépésben ($\Delta \nu_{ij} = \nu_{ij}^{bal} - \nu_{ij}^{jobb}$)

r_i az i -edik reakciólépés sebessége.

A tömeghatás kinetika feltételezése szerint ha a reakciólépés egy elemi reakció (tehát nem bontható fel további reakciólépésekre), akkor az i -edik reakciólépés sebessége arányos a reakciólépés egyenlete bal oldalán szereplő anyagok koncentrációjával:

$$r_i = k_i \prod_j [A_j]^{v_{ij}^{bal}}$$

Az egyes reakciólépések sebessége:

$$r_1 = k_1 [Cl_2]$$

$$r_2 = k_2 [Cl]^2$$

$$r_3 = k_3 [Cl][CO]$$

$$r_4 = k_4 [COCl]$$

$$r_5 = k_5 [COCl][Cl_2]$$

$$\frac{d[Cl]}{dt} = 2r_1 - 2r_2 - r_3 + r_4 + r_5$$

$$\frac{d[Cl]}{dt} = 2k_1[Cl_2] - 2k_2[Cl]^2 - k_3[Cl][CO] + k_4[COCl] + k_5[COCl][Cl_2]$$

50. feladat

Ha klórgáz szénmonoxiddal reagál, foszgén (COCl_2) keletkezik a következő reakciómechanizmus szerint:



Alkalmazza a kvázistacionárius közelítést a COCl gyökre és adja meg a COCl gyök koncentrációját, mint a Cl , Cl_2 és CO koncentrációinak függvényét!

megoldás:

Válasz:

A "kvázistacionárius közelítés alkalmazása az X anyagfajtára" a következő lépésekből áll:

- X koncentrációváltozási sebességének felírása
- $d[\text{X}]/dt$ egyenletében a baloldal nullázása
- a kapott algebrai egyenletből $[\text{X}]$ kifejezése

Ebben az esetben:

$$\frac{d[\text{COCl}]}{dt} = r_3 - r_4 - r_5$$

$$\frac{d[\text{COCl}]}{dt} = k_3[\text{Cl}][\text{CO}] - k_4[\text{COCl}] - k_5[\text{COCl}][\text{Cl}_2]$$

$$0 = k_3[\text{Cl}][\text{CO}] - k_4[\text{COCl}] - k_5[\text{COCl}][\text{Cl}_2]$$

$$0 = k_3[\text{Cl}][\text{CO}] - [\text{COCl}](k_4 + k_5[\text{Cl}_2])$$

$$[\text{COCl}] = \frac{k_3[\text{Cl}][\text{CO}]}{k_4 + k_5[\text{Cl}_2]}$$

51. feladat

Ha klórgáz szénmonoxiddal reagál, foszgén (COCl_2) keletkezik a következő reakciómechanizmus szerint:



Alkalmazza a gyors előegyensúlyi közelítést az első két reakcióra! Adja meg a foszgén keletkezési sebességét, mint a $K=k_1/k_2$ egyensúlyi állandó függvényét!

megoldás:

Az első két reakció egyensúlya esetén:

$$r_1 = r_2$$

$$k_1 [\text{Cl}_2] = k_2 [\text{Cl}]^2$$

$$K = k_1/k_2 = [\text{Cl}]^2 / [\text{Cl}_2]$$

$$[\text{Cl}_2] = [\text{Cl}]^2 / K$$

Ezt behelyettesítve

$$\frac{d[\text{COCl}_2]}{dt} = k_5 [\text{COCl}] [\text{Cl}_2]$$

$$\frac{d[\text{COCl}_2]}{dt} = \frac{k_5}{K} [\text{COCl}] [\text{Cl}]^2$$

52. feladat

Metil-izocianát (MIC) elsőrendű reakcióban bomlik, a bomlás sebességi együtthatója $6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Ha kezdetben a MIC koncentrációja $c_0 = 0,0100 \text{ M}$, akkor mennyi lesz a koncentrációja $t = 300 \text{ s}$ múlva?

megoldás:

elsőrendű bomlásnál a koncentráció csökkenése:

$$c = c_0 e^{-kt} \quad (\text{linearizált alak: } \ln \frac{c}{c_0} = -kt), \text{ ahol}$$

c a t időponthoz tartozó koncentráció,

c_0 a kezdeti koncentráció,

k a sebességi együttható.

$$\begin{aligned} c &= 0,01 \text{ M} \times \exp(-6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \cdot 300 \text{ s}) \\ &= 1,26 \times 10^{-3} \text{ M} \end{aligned}$$

53. feladat

Egy lombikban egy anyag elsőrendű reakcióban bomlik. A mért koncentráció kezdetben 0,01 M, 100 másodperc elteltével pedig 0,005 M. Mekkora a bomlás sebességi együtthatója?

megoldás:

A bomló anyag koncentrációja 100 s alatt csökkent a felére, tehát a felezési idő $t_{1/2}=100$ s.

elsőrendű bomlás felezési ideje: $t_{1/2} = \ln 2 / k$
ahol k a sebességi együttható.

Innen $k = \ln 2 / t_{1/2} = 0,6931 / 100 \text{ s} = 6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

54. feladat

Egy anyag másodrendű reakcióban bomlik, a bomlás sebességi együtthatója $6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ M}^{-1}$.

Ha kezdetben a koncentrációja $c_0 = 0,0100 \text{ M}$, akkor mennyi lesz a koncentrációja $t = 300 \text{ s}$ múlva?

megoldás:

másodrendű bomlásnál a koncentráció csökkenése:

$\frac{1}{c} = kt + \frac{1}{c_0}$, ahol c a t időponthoz tartozó koncentráció, c_0 a kezdeti koncentráció, k a sebességi együttható.

$$1/c = 6,93 \times 10^{-3} \text{ M}^{-1} \text{ s}^{-1} \times 300 \text{ s} + 1/(0,01 \text{ M}) = 102,079 \text{ M}^{-1}$$

$c = 9,80 \times 10^{-3} \text{ M}$ az anyag koncentrációja $t = 300 \text{ s}$ időpontban.

55. feladat

Egy lombikban egy anyag másodrendű reakcióban bomlik. A mért koncentráció kezdetben 0,01 M, 100 másodperc elteltével pedig 0,005 M. Mekkora a bomlás sebességi együtthatója?

megoldás:

A kémiai reakció

$2 A \rightarrow B$ a sebességi együtthatója k'

Ekkor a koncentrációváltozási sebesség

$$d[A] / d t = - 2 k' [A]^2$$

Szokás bevezetni a $k = 2 k'$ együtthatót.

A bomló anyag koncentrációja 100 s alatt csökkent a felére, tehát a felezési idő $t_{1/2}=100$ s.

másodrendű bomlás felezési ideje: $t_{1/2} = 1 / (k c_0)$

ahol k a sebességi együttható és c_0 a kezdeti koncentráció.

$$\text{Innen } k = 1 / (t_{1/2} c_0) = 1 / (100 \text{ s} \times 0,01 \text{ M}) = 1,00 \text{ M}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

A kémiai egyenlet szerint felírt sebességi együttható:

$$k' = 0,50 \text{ M}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

56. feladat

Egy A anyag két párhuzamos elsőrendű reakcióban bomlik és párhuzamosan B és C keletkezik. Az A anyag koncentrációja 100 s alatt csökkent a felére. Kezdetben csak A anyag volt a lombikban és 100 s után a B és a C anyag koncentrációjának aránya 2:3. Mekkora az $A \rightarrow B$ és az $A \rightarrow C$ reakciók sebességi együtthatója?

megoldás:

elsőrendű bomlás felezési ideje: $t_{1/2} = \ln 2 / k$

A felezési idő $t_{1/2} = 100$ s, tehát

$$k = k_1 + k_2 = \ln 2 / t_{1/2} = 0,6931 / 100 \text{ s} = 6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

párhuzamos elsőrendű reakciók esetén a sebességi állandók hányadosa minden időpontban azonos a termékek koncentrációinak hányadosával

$$k_1/k = 2/5 \Rightarrow k_1 = 2/5 \times 6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} = 2,77 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$k_2/k = 3/5 \Rightarrow k_2 = 3/5 \times 6,93 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} = 4,16 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

57. feladat

Az $\text{OH} + \text{CH}_4 = \text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O}$ reakció Arrhenius paraméterei $A = 5,73 \times 10^{13} \text{ cm}^3 \text{ mole}^{-1} \text{ s}^{-1}$ és $E = 3,44 \times 10^4 \text{ J mol}^{-1}$. Mekkora a reakció sebessége $T = 1200 \text{ K}$ hőmérsékleten?

megoldás:

Arrhenius-egyenlet leírja a sebességi együttható

hőmérsékletfüggését: $k = A e^{-\frac{E_a}{RT}}$, ahol

k a sebességi együttható,

A a preexponenciális tényező,

E_a az aktiválási energia,

R az egyetemes gázállandó és

T a hőmérséklet [K].

Ebben az esetben

$$k = 5,73 \times 10^{13} \text{ cm}^3 \text{ mole}^{-1} \text{ s}^{-1} \exp\left(-\frac{3,44 \times 10^4 \text{ J mol}^{-1}}{(8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 1200 \text{ K})}\right)$$

$$k = 1,83 \times 10^{12} \text{ cm}^3 \text{ mole}^{-1} \text{ s}^{-1}$$